Blanchard Kapitel 10-11
Lång sikt – tillväxt och kapitalackumulering

- Hur har tillväxten sett ut över tiden i olika länder?
- Tenderar skillnaderna i BNP per capita att minska eller öka?
- Vad bestämmer tillväxten?

Senast uppdaterad
17 april -10

Fakta om Tillväxt

- Hittills har vi diskuterat fluktuationer runt den naturliga produktionsnivån och vad som kan ändra nivån på denna. På kort och medellång sikt är detta vad som dominerar förändringar i BNP.
- På lång sikt (flera decennier eller mer) är dessa förändringar små jämfört med vad som åstadkoms av den långsiktiga tillväxten (***Growth***).

10-1 Långsiktig tillväxt

USAs BNP sedan 1890

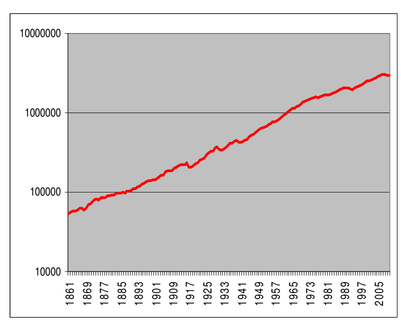
Observation: BNP har 42-dubblats sedan 1890.

Skalan på y-axeln är ***logaritmisk.*** En viss distans längs y-axeln motsvarar alltid samma *procentuella* förändring. Om tillväxten i procent är konstant blir kurvan en rät linje.

Tillväxt i Sverige

Svensk real BNP sedan 1870 i 2007

Observation: BNP har 23-dubblats sedan 1890.



BNP och levnadsstandard

- ***BNP per capita*** är BNP delat med befolkningsstorleken.
- Levnadsstandarden beror förstås på BNP per capita snarare än på BNP.
- För att jämföra BNP mellan länder måste vi ta hänsyn till att priserna är olika i olika länder. Detta kallas att köpkraftskorrigera BNP. (***purchasing power parity (PPP) adjusted GDP***).

Tillväxt i 5 rika länder

Table 10-1 Utvecklingen av PPP justerad BNP per capita i 5 rika länder sedan 1950

	Årlig tillväxt (%)		*Real PPP justerad BNP per capita US$ 2000*		
	1950-1973	1974-2000	1950	2004	2004/1950
Frankrike	4,0	1,8	5920	16168	4,4
Japan	7,4	2,3	2187	24661	11,2
Storbritannien	2,4	1,8	8091	26762	3,3
USA	2,4	2,1	11233	36098	3,2
Genomsnitt	4,1	2,0	6875	28422	3,9

Tillväxt i 5 rika länder

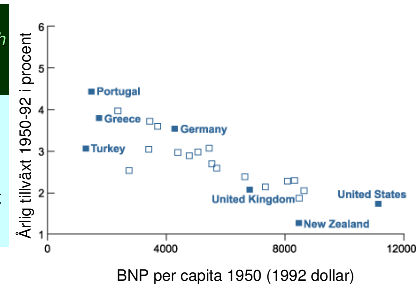
Från data i tabell 10-1 kan vi dra slutsatsen att:

1. Ekonomisk levnadsstandard har ökat kraftigt.
2. Tillväxten i BNP per capita har varit lägre sedan mitten av 1970-talet.
3. Vi kan observera konvergens, skillnaderna i BNP per capita har minskat över tiden.
4. USAs försprång är mindre nu än 1950.
5. Konvergens implicerar att från början fattigare länder vuxit snabbare än från början rika.

Konvergens bland i-länder

Tillväxt i BNP per capita sedan 1950 och BNP per capita 1950; Några OECD länder

Observation:
Bland dessa länder gäller att de med initialt lägre BNP per capita har typiskt vuxit snabbare än de med högre.



10-2 Ett vidare perspektiv

- Från slutet av det romerska riket till början av 1500-talet var tillväxten per capita i stort sett 0 i Europa. Denna period kallas av ekonomer ofta den ***Malthusianska eran***.
  - Enligt 1700-talsekonomen Robert Malthus kommer varje ökning i BNP bara leda till mindre dödlighet och ökad befolkningstillväxt till dess BNP/capita var tillbaka på sina gamla nivå.
- Men, Malthus hade fel. Från 1500 to 1700, började tillväxten per capita bli positiv, om än liten.

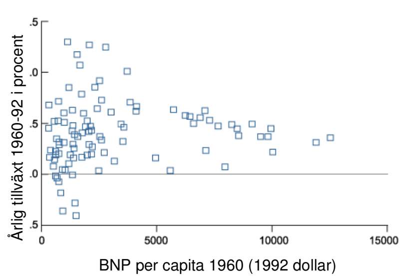
Ett vidare perspektiv

- Även under den industriella revolutionen var tillväxttakten inte särskilt hög med dagens mått mätt.
- Tillväxt på ett par procent per år eller mer är ett sent historiskt fenomen.
- ***Konvergens*** är inte ett generellt fenomen.

Även fattiga länder utanför OECD

Tillväxt i BNP per capita 1960-1992 och BNP per capita in 1960 (1992 dollar); 101 länder.

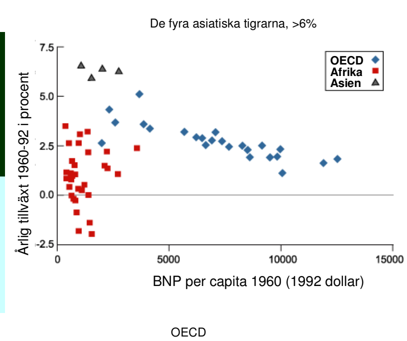
Observation:
Här ser vi inte någon konvergens. Även många fattiga länder har haft låg tillväxt.



Olika tillväxt i olika regioner

Tillväxt i BNP per capita 1960-1992 och BNP per capita in 1960 (1992 dollar); OECD, Afrika och Asien

Observation:
Flera asiatiska länder konvergerar till OECD nivån. Ingen konvergens för Afrikanska länder.



10-3 Modeller för tillväxt

- För att få en teoretisk modell (guide) för att tänka på de tillväxtfakta vid diskuterat är Solow—modellen mycket användbar. Den kan hjälpa oss att svara på frågor som:
  - Vad bestämmer (den långsiktiga) tillväxten?
  - Vilken roll spelar kapitalackumulering?
  - Vilken roll spelar teknisk utveckling?

Den aggregerade produktionsfunktionen

- Den aggregerade produktionsfunktionen specificerar relationen mellan aggregerad produktion (BNP) och produktionsfaktorerna.

$$Y = F(K, N)$$

Y = produktion (BNP).

K = kapital -- summan av alla maskiner, fabriker, kontor och andra fysiska produkter som används för produktion.

N = arbetskraft – mängden tillgänglig arbetskraft.

Funktionen *F* talar om hur mycket produktion vi får för en given mängd kapital och arbetskraft.

- Den aggregerade produktionsfunktionen beror på vilken teknologisk nivå landet befinner sig (the ***state of technology***). Högre/bättre teknisk nivå betyder mer produktion, givet *K* och *N*.

Skalavkastning

- ***Konstant skalavkastning*** (***Constant returns to scale, CRS***) är en egenskap hos produktionsfunktionen some innebär att om man får t.ex. dubbelt så mycket av både kapital och arbetskraft, då dubblas också produktionen.

$$2Y = F(2K, 2N)$$

- Mer generellt, $xY = F(xK, xN)$
- Exempel;

$$\begin{aligned}
F(K,N) &= \sqrt{K}\sqrt{N} \\
F(2K,2N) &= \sqrt{2K}\sqrt{2N} \\
&= \sqrt{2}\sqrt{K}\sqrt{2}\sqrt{N} \\
&= \sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{K}\sqrt{N} \\
&= 2\sqrt{K}\sqrt{N} = 2F(K,N)
\end{aligned}$$

Marginalavkastning

- ***Avtagande marginalavkastning för kapital*** (***Decreasing returns to capital***) innebär att en ökning av mängden kapital, givet en konstant mängd arbetskraft, leder till mindre och mindre ökningar i produktion ju mer kapitalmängden ökar.
- ***Avtagande marginalavkastning för arbetskraft*** (***Decreasing returns to labor***) innebär att en ökning av mängden arbetskraft, givet en konstant mängd kapital, leder till mindre och mindre ökningar i produktion ju mer mängden arbetskraft ökar.
- Exempel antag att $F(K,N) = \sqrt{K}\sqrt{N}$,
- Beräkna vad som händer med produktionen om vi ökar *K* med en enhet från 1, 9 och 100.

$$F(2,N) - F(1,N) = \sqrt{2}\sqrt{N} - \sqrt{1}\sqrt{N} = 1.414\sqrt{N} - \sqrt{N} = 0.414\sqrt{N}$$

$$F(10,N) - F(9,N) = \sqrt{10}\sqrt{N} - \sqrt{9}\sqrt{N} = 3.162\sqrt{N} - 3\sqrt{N} = 0.162\sqrt{N}$$

$$F(101,N) - F(100,N) = \sqrt{101}\sqrt{N} - \sqrt{100}\sqrt{N} = 10.050\sqrt{N} - 10\sqrt{N} = 0.050\sqrt{N}$$

Produktion per arbetare vid konstant skalavkastning

- För att få produktion per arbetare multiplicerar vi produktionsfunktionen med 1/*N* och använder antagandet om konstant skalavkastning:

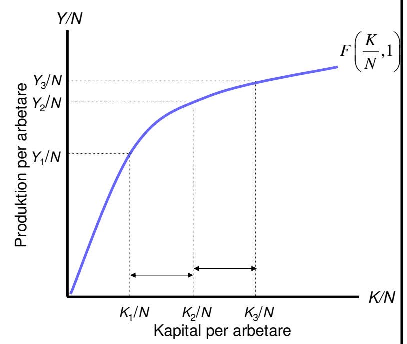
$$\frac{1}{N}Y = \frac{1}{N}F(K,N) = F\left(\frac{K}{N},\frac{N}{N}\right) = F\left(\frac{K}{N},1\right)$$

- Som vi ser så för en given produktionsfunktion (given teknisk nivå) så bestäms produktion per arbetare, *Y*/*N* av mängden kapital per arbetare, *K*/*N*.
- När mängden kapital per arbetare ökar, så ökar produktionen per arbetare.

Produktion per arbetare och kapital per arbetare

Produktion och kapital per arbetare

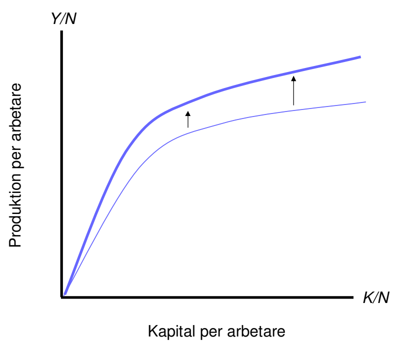
Slutsats:
Ökningar i kapitalmängden per arbetare leder till mindre och mindre ökningar i produktion per arbetare.



Tillväxtens källor

Effekt av en höjning av den tekniska nivån

Slutsats:
En höjning av den tekniska nivån skiftar upp produktionsfunktionen. Produktion per arbetare ökar för varje given nivå på kapitalmängd per arbetare.



Tillväxtens källor

- Tillväxt i BNP per capita (eller BNP per arbetare) kommer från två källor; **kapitalackumulering**, dvs mer kapital (*capital accumulation*) och från **teknisk utveckling** (*technological progress*).
- Som vi sett leder ökningar i kapitalmängd till avstannande ökningar i produktion. Därför kan inte kapitalackumulering i sig själv leda till permanent tillväxt.

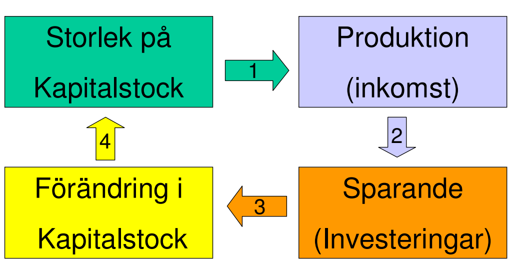
Tillväxtens källor

- Sparkvoten (***the saving rate***) är andelen av inkomsten som sparas. Högre sparkvot betyder att mer kapital ackumuleras (om det inte investeras utomlands eller i improduktiva investeringar).
- En högre sparkvot leder därför till snabbare tillväxt.
- Men på grund av avtagande marginalavkastning avstannar denna effekt tillslut.
- Men länder med högre sparkvot kommer permanent att ha en högre BNP per capita.
- Permanent (evig) tillväxt kräver permanent teknisk utveckling.

11-1

Kapitel 11
Solow-modellen

Produktion och kapital



1. Kapital ➲ produktion

- Kom ihåg att under konstant skalavkastning så kan vi beskriva relationen med produktion och kapital, båda per capita som :

$$\frac{Y}{N} = F\left(\frac{K}{N},1\right)$$

- Förenkla notationen

där

$$\frac{Y}{N} = f\left(\frac{K}{N}\right)$$

$$f\left(\frac{K}{N}\right) \equiv F\left(\frac{K}{N},1\right)$$

- Med exemplet

$$F(K,N) = \sqrt{K}\sqrt{N}$$

$$\frac{F(K,N)}{N} = \frac{\sqrt{K}\sqrt{N}}{N} = \sqrt{\frac{K}{N}}$$

1. Kapital ➲ produktion

- I detta kapitel fokuserar vi på kapitalackumuleringens roll för tillväxten. Därför antar vi tillsvidare att:
  1. Befolkningsstorleken är konstant, arbetskraftsdeltagandet samt sysselsättning (och därmed arbetslösheten).
  2. Den tekniska utvecklingsnivån är konstant.
- Givet detta, beror produktionen per capita bara på kapitalmängden per arbetare:

$$\frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right)$$

2. Produktion ➲ sparande/investeringar

- Från föreläsning 1 vet vi att BNP = inkomst.
- Antag att individerna sparar en given andel s av sin inkomst, dvs $S = sY$.
- Vi vet också att om vi bortser från möjligheten till handelsbalansunderskott så är totalt sparande lika med investeringarna i jämvikt (IS-kurvan), dvs $I = S + T - G$.
- Bortse tillsvidare från offentligt sparande.
- Vi får då $I = sY$,
- eller $I_t/N = sf(K_t/N)$.
- Som vi ser är investeringarna per capita proportionella mot produktion per capita.

3. Investeringar ➲ förändring i kapitalstock

- Kapitalstockens storlek ändras av två orsaker:
  - investeringar lägger till kapital, och
  - depreciering (kapitalförslitning) drar ifrån kapital.
- Vi antar att en viss proportion δ försvinner genom kapitalförslitning varje period. Därmed får vi

$$K_{t+1} - K_t = I_t - \delta K_t$$

- Dela med N och använd resultatet från förra sidan.

$$\frac{K_{t+1} - K_t}{N} = \frac{I_t}{N} - \delta\frac{K_t}{N}$$
$$= s\frac{Y_t}{N} - \delta\frac{K_t}{N}$$
$$= sf\left(\frac{K_t}{N}\right) - \delta\frac{K_t}{N}$$

11-2 Solow modellen

- En sammanfattning av föregående stycke är att:

$$\frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right) \qquad \frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s\frac{Y_t}{N} - \delta\frac{K_t}{N}$$

Kapitalstocken bestämmer BNP per arbetare.

Produktion bestämmer investeringar och därmed förändring i kapitalstock per arbetare

- Genom att analysera dessa tillsammans kan vi se vad som händer med kapital och BNP per capita över tiden.
- Från förra sidan har vi

$$\frac{K_{t+1} - K_t}{N} = sf\left(\frac{K_t}{N}\right) - \delta\frac{K_t}{N}$$

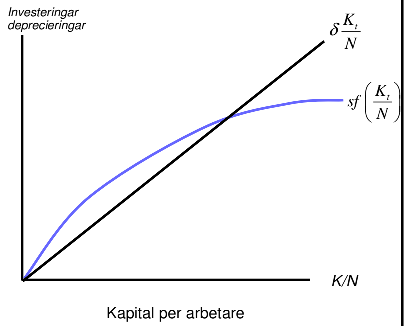
- Om $sf(K_t/N)$ är större (mindre) än $\delta K_t/N$ så växer (krymper) kapitalstocken,

Solow modellen

När växer produktion och kapital per capita?

Låt oss rita de två komponenterna $sf(K_t/N)$ och $\delta K_t/N$ mot K_t/N.

- Den första ökar snabbast i början pga avtagande marginalavkastning, men
- den andra är linjär med lutning δ.



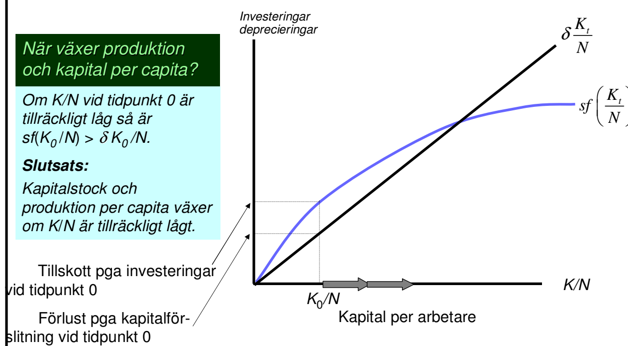
Solow modellen

När växer produktion och kapital per capita?

Om K/N vid tidpunkt 0 är tillräckligt låg så är $sf(K_0/N) > \delta K_0/N$.

Slutsats:

Kapitalstock och produktion per capita växer om K/N är tillräckligt lågt.



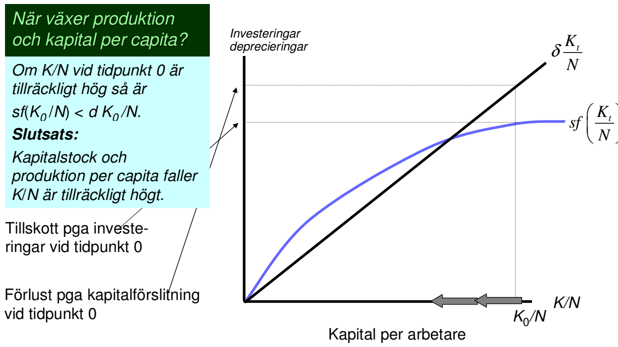
Solow modellen

När växer produktion och kapital per capita?

Om K/N vid tidpunkt 0 är tillräckligt hög så är $sf(K_0/N) < d\,K_0/N$.

Slutsats:

Kapitalstock och produktion per capita faller K/N är tillräckligt högt.



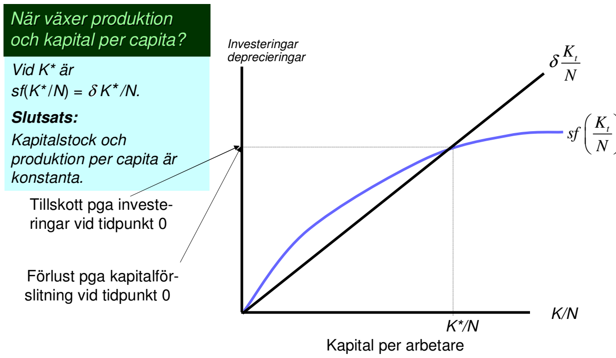
Långsiktig steady state

När växer produktion och kapital per capita?

Vid K är $sf(K^*/N) = \delta K^*/N$.*

Slutsats:

Kapitalstock och produktion per capita är konstanta.



En ökning i sparandet

Vad händer om sparkvoten s ökar från s till s'?

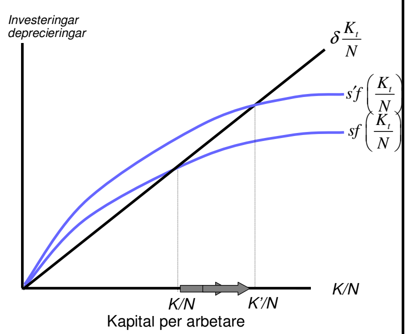
Antag att ekonomin är i steady state vid K/N

Högre *s* skiftar *sf*(*K/N*) uppåt.

Efter att *s* ökat är investeringarna större än kapitalförslitningen och därför växer *K/N* och *Y/N* tills den nya jämviktspunkten *K'/N nåtts.*

Slutsats:

En ökning i sparandet leder till en temporär ökning i tillväxten och till permanent högre BNP/capita.



Sparande och BNP

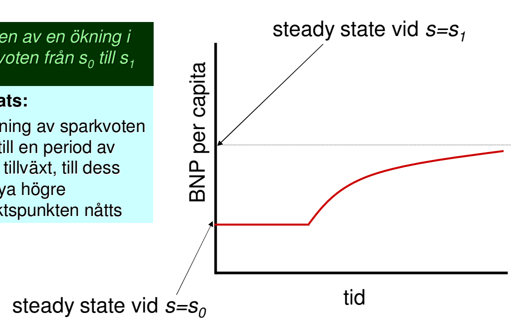
- Tre viktiga observationer om hur sparandet påverkar tillväxten i BNP per capita.
  1. På väldigt lång sikt har sparkvoten ingen betydelse.
  2. Men, en högre sparkvot leder till permanent högre BNP per capita. Allt annat lika så har länder med högre sparkvot högre BNP/capita.
  3. En ökning av sparkvoten leder till en period av högre tillväxt, till dess den nya högre jämvikts-punkten nåtts.

Sparande och BNP
(ingen teknisk tillväxt)

Effekten av en ökning i sparkvoten från s_0 till s_1

Slutsats:

En ökning av sparkvoten leder till en period av högre tillväxt, till dess den nya högre jämviktspunkten nåtts

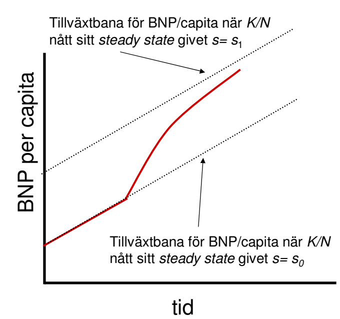


Sparande och BNP
(konstant positiv teknisk tillväxt)

Effekten av en ökning i sparkvoten från s_0 till s_1

Slutsats:

En ökning av sparkvoten leder till en period av högre tillväxt än den som ges av den teknologiska tillväxten.



Sparande och konsumtion

Effekten av sparkvot på konsumtion per capita

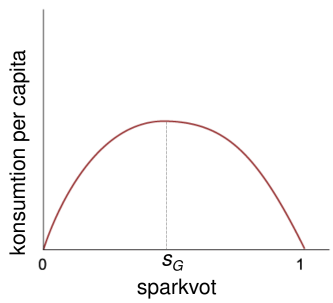
Som vi sett tidigare leder en ökning av sparkvoten alltid till högre BNP per capita i steady state. Gäller detsamma för konsumtionen?

Nej,

Om s=0 blir konsumtion i steady state 0 eftersom produktionen blir 0 i steady state.

Om s=1, blir förstås också konsumtionen 0. Däremellan är sambandet mellan sparande och konsumtion först ökande och sedan minskande.

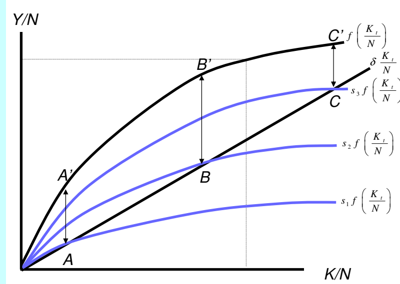
Maximal konsumtion nås vi s_G *(gyllene regelns sparkvot)*



Gyllene regeln grafiskt

Låt oss jämföra konsumtionen i steady state vid tre olika sparnivåer, $s_1<s_2<s_3$. Vi vet att jämvikt uppnås då $sf(K/N)=\delta K/N$. Produktionen kan vi se genom att rita in också $f(K/N)$ i figuren. Konsumtionen är lika med produktionen minus investeringarna. Detta är i figuren avståndet mellan kurvorna $f(K/N)$ och de respektive $sf(K/N)$ kurvorna.

Steady state vid sparandet s_1 är givet av punkten A och konsumtionen längden av pilen *A'-A.* Vid sparandet s_2 är konsumtionen längden av pilen *B'-B* och vid s_3 *C'-C* . Som vi ser är konsumtionen högst vid den mittersta sparkvoten s_2. Man inser också att konsumtionen i steady state ökar (minskar) om sparandet ökar när lutningen på $f(K/N)$ är större (mindre) än



lutningen på investeringsbehovskurvan (dvs δ). Slutsatsen blir att konsumtionen i steady state maximeras om man väljer s så att $f'(K/N)$ (lutningen på produktionsfunktionen) i steady state är lika med δ.

Pensioner och sparande

- Det vanligast sättet att finansiera ett pensionssystem är det så kallade fördelningssystem (***pay-as-you-go***). Det innebär att de arbetandes pensionsavgifter inte investeras utan går direkt till att betala pensioner för de existerande pensionärerna. Pensionssparandet är därmed inget aggregerat sparande utan går till pensionärernas konsumtion.
- I huvudsak är det svenska obligatoriska pensionssystemet konstruerat på detta sätt (utom PPM-pensionen) och även det amerikanska.
- Det alternativa sättet är ett fonderat system (***fully-funded***). Avgifterna fonderas, dvs investeras och medverkar därmed till kapitalackumulering.
- Införandet av ett fördelningssystem innebär att s minskar. Kapitalackumulering och BNP per capita minskar därmed i steady state.
- Konsumtionen minskar också i steady state, i fall inte $s>s_G$ i utgångsläget.
- Den generation som är pensionärer när ett fördelningssystem införs får pensioner utan att betala för dem.
- En återgång till ett fonderat system kräver dock att de nuvarande löntagarna betala både sina egna och de nuvarande pensionärernas pensioner.

Ett fördelningssystem för pensioner införs

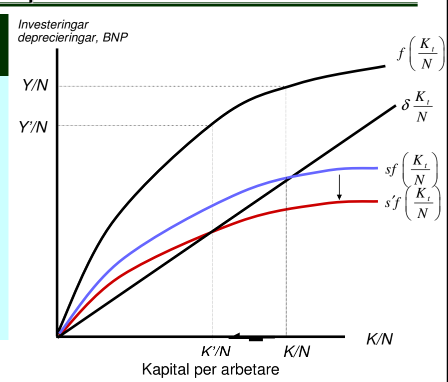
Vad händer med BNP och kapitalstock per capita?

Införandet är detsamma som att s *minskar* till s'. I den gamla jämvikten räcker inte längre investeringarna till att ersätta kapitalförslitningen.

Slutsats:

Kapitalstocken per capita och BNP per capita faller.

Den nya jämvikten uppstår vid K'/N där $Y'/N < Y/N$.



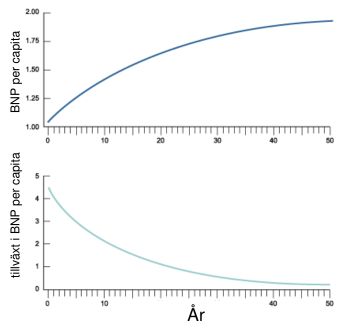
Hur lång tid tar anpassningen? – ett räkneexempel

Dynamisk effekt av en ökning av sparkvoten från 10 till 20%.

Detta beror på hur snabbt den avtagande marginalavkastningen sätter in.

I realiteten handlar det om mycket långsam anpassning.

En halvering av avståndet till steady state tar flera decennier.



11-4 Utvidgningar

- I en vidare mening kan vi kalla kapital sådana produktionsfaktorer som kan ackumuleras.
- En sådan är **humankapital** – de kunskaper och färdigheter producerande individer har i sina huvuden.
- När ni läser detta ägnar vi oss åt ackumulering av humankapital – vi avsätter resurser som skulle kunnat användas till annat för att bygga upp mer humankapital.
- Precis som med fysiskt kapital leder mer humankapital per arbetare till högre produktion per arbetare.
- Solow-modellen kan enkelt anpassas till att också ta hänsyn till humankapital. Våra slutsatser påverkas inte i princip.
- Vi nämnde tidigare att konvergens beror på hur snabbt den avtagande marginalavkastningen sätter in. Med humankapital kanske den egentligen aldrig sätter in. I så fall kan under vissa förutsättningar tillväxten permanent öka om sparandet i humankapital ökar (dvs satsningar på utbildning, forskning, fortbildning m.m.).

Teknisk utveckling och forskning och utveckling (FoU)

- Teknisk utveckling:
  - värdet av produktionen blir högre, *givet* mängden insatser
- Numera till stor del ett resultat av medvetna satsningar på forskning och utveckling (FoU)
  - Utgifter på FoU betalas i syfte att öka företagens framtida vinster och är därmed att betrakta som en investering (fast resultatet är en idé och inte en produkt)
- Incitamenten att investera i FoU beror på:
  - hur fruktbart det är, dvs hur många bra idéer man kan förväntas skapa i förhållande till kostnaden
  - hur väl det företag som investerar i FoU själv kan skörda de ekonomiska vinsterna av de nya idéerna (*the degree of appropriability).* Påverkas av:
    - Det immaterialrättsliga skyddet, där patent ger företag som utvecklat en ny produkt eller process rätt att utestänga andra från att producera eller använda denna under en (begränsad) tid
    - Hur länge man med den nya produkten kan utöva marknadsmakt (varar bara så länge någon annan inte har hittar på något ännu bättre).
- Marginalavkastningen på kunskap behöver inte falla
  - Utgångspunkten i endogen tillväxtteori

Kapital kontra teknik

Genomsnittlig årlig tillväxt i BNP/capita respektive teknisk tillväxt i fyra i-länder, 1950-2000

	Tillväxt BNP per capita			Teknisk tillväxttakt		
	1950-73	1973-00	Föränd-ring	1950-73	1973-00	Förän-ring
Frankrike	4,8	2,1	–2,7	5,3	1,6	–3,7
Japan	7,1	2,1	–5,0	7,0	1,4	–5,6
Storbritannien	3,4	1,7	–1,7	3,7	1,9	–1,8
USA	2,7	1,2	–1,5	2,9	1,4	–1,5
Genomsnitt	4,5	1,8	–2,7	4,7	1,6	–3,1

Kapital kontra teknik, forts.

- Slutsats:
  1. Tillväxten 1950-1973 förklaras helt av teknisk utveckling
  2. Den lägre tillväxttakten 1973-2000 verkar i första hand bero på en långsammare teknisk utveckling
  3. Konvergensen i BNP per capita tycks i första hand bero på att länder med relativt låg initial BNP per capita haft högre teknisk tillväxttakt
- Samtidigt tycks kapitalackumulering spelat huvudrollen när det gäller tillväxten i vissa asiatiska länder
- Kan vara svårt att mäta pris/kvalitet på investeringsvaror
  - Om priset faller snabbt och/eller kvaliteten förbättras utan att tillräcklig hänsyn tas till detta underskattas kapitalackumuleringens bidrag till tillväxten
- Ökningen i tillväxttakt i BNP/capita i USA sedan 1995 verkar till stor del bero på snabbare ackumulering av kapital relaterat till IT
  - Initierat av snabba prisfall på IT-kapitalvaror, vilka i sin tur orsakats av snabb teknologisk tillväxt i IT-producerande sektorer

Sammanfattning

- Tillväxt i BNP per capita avgörande för levnadsstandard
  - Men inte nödvändigtvis för lycka...
- Tendens till både konvergens och divergens när det gäller länders BNP per capita
- Tillväxt drivs av kapitalackumulation och tekniska framsteg
  - Båda påverkas av samhällsinstitutioner som äganderättsskydd
- Enligt Solow-modellen är det på lång sikt enbart den tekniska utvecklingen som kan generera tillväxt
  1. På lång sikt har sparkvoten ingen effekt på tillväxten
  2. En högre sparkvot leder till högre BNP per capita
     - Allt annat lika så har länder med högre sparkvot högre BNP/capita
  3. En ökad sparkvot leder till en period av högre tillväxt tills dess ny långsiktig jämvikt uppnåtts
- Tekniska framsteg sker genom investeringar i ny kunskap och innovationer
  - Marginalavkastningen på kunskap inte nödvändigtvis avtagande enligt endogen tillväxtteori

Cobb-Douglas produktionsfunktion – lite överkurs

- En mycket vanlig produktionsfunktion är den så kallade Cobb-Douglas funktionen

$$F(K,N) = K^{\alpha} N^{1-\alpha}$$

- I tillägg till att denna uppvisar konstant skalavkastning och avtagande marginalavkastning så har den egenskapen att om lön *w* respektive kapitalersättning *R* är lika med deras respektive marginalprodukt så är löneandelen (1-α), dvs wN/Y=(1-α). Om vi sätter α = 0.3 blir löneandelen 70% oberoende av *N* och *K*, vilket överensstämmer med data. För att se detta, notera

$$w = \frac{\partial F(K,N)}{\partial N} = (1-\alpha) K^{\alpha} N^{-\alpha}$$

$$\rightarrow wN = (1-\alpha) K^{\alpha} N^{1-\alpha} = (1-\alpha) F(K,N)$$

- Notera också att produktion per arbetare kan skrivas

$$\frac{1}{N} F(K,N) = \frac{1}{N} K^{\alpha} N^{1-\alpha} = K^{\alpha} N^{-\alpha} = \left(\frac{K}{N}\right)^{\alpha} = F\left(\frac{K}{N},1\right)$$